

Modellierung gummiartiger Materialien bei dynamischer Beanspruchung

Mario Timmel^a, Michael Kaliske^b, Stefan Kolling^c

^a Institut für Statik und Dynamik der Tragstrukturen, Universität Leipzig

Marschnerstraße 31, 04109 Leipzig

E-Mail: mtimmel@wifa.uni-leipzig.de

^b Institut für Statik und Dynamik der Tragstrukturen, Universität Leipzig

Marschnerstraße 31, 04109 Leipzig

E-Mail: kaliske@wifa.uni-leipzig.de

^c DaimlerChrysler AG, EP/CSB, HPC X411, 71059 Sindelfingen

E-Mail: stefan.kolling@daimlerchrysler.com

Abstract:

In this paper, we present constitutive models to simulate the behavior of rubberlike materials. On the one hand, hyperelastic models have been investigated which are already available in LS-DYNA [1], [2]. On the other hand, we applied material approaches which have been implemented into the user defined material interface. In this context, we discuss the identification of the material parameters. Based on two complex numerical examples, an evaluation of the constitutive models is carried out. In particular, we point out the quality of the potential functions under multiaxial loading based on uniaxial experiments. Furthermore, we give an overview about the theoretical aspects of hyperelasticity to evaluate the numerical results. Finally, we present constitutive approaches to simulate and to capture the damage behavior of rubberlike materials.

Keywords:

Finite Strains, Damage Modelling, Explicit Finite Element Method

1 Einführung

Für die numerische Simulation von Bauteilen ist eine möglichst genaue Erfassung der Materialeigenschaften eine unabdingbare Voraussetzung. Eine zunehmende Bedeutung erfahren dabei gummiartige Materialien, welche unter großen Verformungen nichtlineare Spannungs-Dehnungs-Eigenschaften aufweisen. Die Überführung dieser komplexen Materialeigenschaften in den numerischen Raum gelingt mittels hyperelastischer Formänderungsenergiefunktionen. Zum Überblick über hyperelastische Stoffgesetze in LS-DYNA siehe [3]. Ein genereller Überblick findet sich in [4] und [5].

Dabei wird ausgehend von einem definierten Potential der Formänderungsenergie über die erste Ableitung die Spannung bestimmt. Im Rahmen einer Studie wurden diverse Ansätze untersucht, um infolge unterschiedlicher Approximationsgüten allgemein reproduzierbare Aussagen für eine Verwendung im Rahmen numerischer Simulationen zu erhalten. Neben der Verwendung des am besten geeigneten Potentials wird die Approximationsqualität in hohem Maße durch die charakteristischen Materialparameter dominiert.

Diese werden mittels verschiedener Optimierungsalgorithmen auf der Grundlage eines Versuchs sowie eines gewählten Energieansatzes bestimmt. Die experimentellen Untersuchungen können dabei

nur in wenigen Fällen die komplexe, zu simulierende Bauteilbeanspruchung widerspiegeln. Daher besteht zwangsläufig das Problem, dass die über vereinfachte experimentelle Untersuchungen bestimmten Materialparameter bei komplexen mehraxialen Belastungen in zunehmenden Abweichungen resultieren. Diese Abweichungen wurden im Rahmen der Untersuchungen in Abhängigkeit verschiedener Ansätze ermittelt.

Als illustrative Beispiele werden der nichthomogene Schubversuch und eine Druck- und Biegebelastung an einer Gelenkscheibe vorgestellt. Diese beiden Modellprobleme sind dadurch charakterisiert, dass eine komplexe mehraxiale Belastung vorliegt, wobei die verwendeten Materialparameter aus uniaxialen Versuchen bestimmt wurden. In einer Erweiterung wird dann die Möglichkeit vorgestellt, das Schädigungsverhalten gummiartiger Materialien numerisch abzubilden. Dieser Ansatz wird anhand eines Benchmarkbeispiels diskutiert.

2 Hyperelastizität in Invarianten

Ausgehend vom Deformationsgradienten $\underline{\mathbf{F}}$ kann mit dem linken CAUCHY-GREEN-Tensor eine Materialbeanspruchung in symmetrischer Form tensoriell definiert werden

$$\underline{\mathbf{b}} := \underline{\mathbf{F}} \underline{\mathbf{F}}^T, \quad (1)$$

wobei eine äquivalente Formulierung in Abhängigkeit des rechten CAUCHY-GREEN-Tensors ebenfalls möglich ist. Für eine vorteilhafte Definition der Materialeigenschaften werden die Deformationsgrößen in einen deviatorischen sowie isochoren Anteil aufgeteilt, wobei Gleichung (1) modifiziert wird

$$\underline{\bar{\mathbf{b}}} = \underline{\bar{\mathbf{F}}} \underline{\bar{\mathbf{F}}}^T = J^{-\frac{2}{3}} \underline{\mathbf{F}} \underline{\mathbf{F}}^T = J^{-\frac{2}{3}} \underline{\mathbf{b}}, \quad \text{mit } \det \underline{\mathbf{F}} = J \quad \text{und} \quad \det \underline{\bar{\mathbf{F}}} = 1. \quad (2)$$

Aus dem linken CAUCHY-GREEN-Tensor werden die skalaren und richtungsunabhängigen Invarianten

$$I_{\underline{\mathbf{b}}} = \text{tr} \underline{\mathbf{b}}, \quad II_{\underline{\mathbf{b}}} = \frac{1}{2} \left((\text{tr} \underline{\mathbf{b}})^2 - \text{tr} \underline{\mathbf{b}}^2 \right), \quad III_{\underline{\mathbf{b}}} = \det \underline{\mathbf{b}} \quad (3)$$

bestimmt.

Ein charakteristisches Potential Ψ wird nun in Abhängigkeit von diesen drei Invarianten definiert

$$\Psi(\underline{\mathbf{b}}) = \Psi(I_{\underline{\mathbf{b}}}, II_{\underline{\mathbf{b}}}, III_{\underline{\mathbf{b}}}). \quad (4)$$

Aufgrund der Unterschiede hinsichtlich des Materialverhaltens bei isochorer und deviatorischer Beanspruchung sowie der vorhandenen Inkompessibilität wird die Gleichung (4) geringfügig verändert, wodurch die Abhängigkeit von der dritten Invarianten durch einen separaten Term

$$\Psi = U(J) + \hat{W}(I_{\underline{\bar{\mathbf{b}}}}, II_{\underline{\bar{\mathbf{b}}}}), \quad \text{mit } J = \sqrt{III_{\underline{\bar{\mathbf{b}}}}}, \quad (5)$$

substituiert wird. Der Term $U(J)$ kann für das jeweilige Materialmodell geringfügig abweichen, wobei die Funktion konvex sein muß. In LS-DYNA wird

$$U(J) = K \left(0.5 (J^2 - 1) - \ln J \right) \quad (6)$$

als Funktion verwendet. Die für gummiartige Materialien charakteristische Volumenerhaltung wird nach Gleichung (6) bei einer Abweichung von $J \approx 1$ über einen großen Kompressionsmodul K erzwungen. Auf der Grundlage einer geeigneten Materialformulierung kann nunmehr eine Spannungs-Verzerrungs-Beziehung bestimmt werden. Die KIRCHHOFF-Spannungen ermitteln sich zu

$$\underline{\boldsymbol{\tau}} = J \underline{\boldsymbol{\sigma}} = 2 \frac{\partial \Psi}{\partial \underline{\mathbf{b}}} \underline{\mathbf{b}} = \underline{\boldsymbol{\tau}}_{vol} + \underline{\boldsymbol{\tau}}_{iso} = J \frac{\partial U}{\partial J} \underline{\mathbf{1}} + \text{dev} \underline{\tilde{\boldsymbol{\tau}}}, \quad \text{mit } \underline{\tilde{\boldsymbol{\tau}}} := \frac{\partial \hat{W}}{\partial \underline{\bar{\mathbf{b}}}} \underline{\bar{\mathbf{b}}} \quad (7)$$

in allgemeiner Form.

2.1 Materialansätze

Im Folgenden wird ein Überblick über die im Rahmen der vorliegenden Studie untersuchten konstitutiven hyperelastischen Materialgleichungen gegeben. Dabei werden einerseits die in LS-DYNA bereits vorhandenen Ansätze, andererseits die zusätzlich über die Materialschnittstelle implementierten Po-

tentiale vorgestellt. Infolge der hohen Temperatur- sowie der Dehnratenabhängigkeit der Elastomere können die in den Ansätzen verwendeten Materialparameter nur für konstante Dehnraten eingesetzt werden. Eine Ausnahme bilden hier die Materialgesetze mit parallel geschalteten Maxwell-Elementen wie beispielsweise im MAT_77 (Viskoelastizität) oder aber das MAT_181 mit dehnratenabhängiger Hyperelastizität.

2.1.1 BLATZ-KO Material (MAT_7)

Der allgemeine Ansatz des BLATZ-KO Materials [6] ist gegeben durch

$$W = \frac{\mu}{2} \left[\left(I_{\underline{\underline{b}}} - 3 \right) + \frac{1-2\nu}{\nu} \left(J^{1-2\nu} - 1 \right) \right]. \quad (8)$$

Ausgehend von Gleichung (7) ergibt sich somit die KIRCHHOFF-Spannung zu

$$\underline{\underline{\tau}} = \mu \left(-J^{\frac{-2\nu}{1-2\nu}} \underline{\underline{1}} + \underline{\underline{b}} \right). \quad (9)$$

Das BLATZ-KO Material nach den Gleichungen (8) respektive (9) ist für eine Querdehnzahl von $\nu = 0.463$ (default) als MAT_7 in LS-DYNA vorhanden.

2.1.2 MOONEY-RIVLIN Material (MAT_27)

Eine Standardfunktion für gummiartige Materialien wird von MOONEY [7] und RIVLIN [8] in der Form

$$W(I_{\underline{\underline{b}}}, II_{\underline{\underline{b}}}, J) = A(I_{\underline{\underline{b}}} - 3) + B(II_{\underline{\underline{b}}} - 3) + C(J^{-1} - 1) + D(J^{0.5} - 1)^2 \quad (10)$$

vorgeschlagen. Dabei wird mittels der letzten beiden Terme der hydrostatische Energieanteil beschrieben, mit

$$C = 0.5 A + B \quad \text{und} \quad D = (A(5\nu - 2) + B(11\nu - 5)) / (2 - 4\nu). \quad (11)$$

Die KIRCHHOFF-Spannung ergibt sich nach den Gleichungen (7) und (10) zu

$$\underline{\underline{\tau}} = 2(A + BI_{\underline{\underline{b}}}) \underline{\underline{b}} - 2B \underline{\underline{b}}^2 + 4(D J^2 (J^2 - 1) - C J^{-4}) \underline{\underline{1}}. \quad (12)$$

2.1.3 YEOH Material (user material)

Auf YEOH [9] beruht ein Ansatz unter der ausschließlichen Verwendung der ersten Invarianten

$$W = C_1(I_{\underline{\underline{b}}} - 3) + C_2(I_{\underline{\underline{b}}} - 3)^2 + C_3(I_{\underline{\underline{b}}} - 3)^3 \quad (13)$$

für den deviatorischen Energieanteil. Die Spannungsgröße $\underline{\underline{\tilde{\tau}}}$ nach (7) ergibt sich aus (13) zu

$$\underline{\underline{\tilde{\tau}}} = \left(C_1 + 4C_2(I_{\underline{\underline{b}}} - 3) + 6C_3(I_{\underline{\underline{b}}} - 3)^2 \right) \underline{\underline{b}}. \quad (14)$$

2.1.4 NEO-HOOKE Material (user material)

Eine Vereinfachung der Ansätze nach YEOH beziehungsweise MOONEY-RIVLIN erfolgt durch das Material-Modell nach NEO-HOOKE mit

$$W = \frac{\mu}{2} (I_{\underline{\underline{b}}} - 3) \quad \text{und} \quad \underline{\underline{\tilde{\tau}}} = \mu \underline{\underline{b}}. \quad (15)$$

2.1.5 VAN DER WAALS Material (user material)

Als Erweiterung wurde in die Benutzerschnittstelle der VAN DER WAALS-Ansatz nach [20] und [21]

$$W = \mu \left\{ -(\lambda_m^2 - 3) [\ln(1 - \eta) + \eta] - \frac{2}{3} a \left(\frac{\tilde{I} - 3}{2} \right)^{\frac{3}{2}} \right\} \quad \text{mit} \quad \tilde{I} = \beta I_{\underline{\underline{b}}} + (1 - \beta) II_{\underline{\underline{b}}} \quad \text{und} \quad \eta = \sqrt{\frac{\tilde{I} - 3}{\lambda_m^2 - 3}} \quad (16)$$

implementiert. Dabei ist β ($0 \leq \beta \leq 1$) ein Wichtungparameter für die erste und zweite Invariante. Über λ_m wird die maximale Streckung der Polymerketten berücksichtigt. Ausgehend von Gleichung (16) ergibt sich die Formulierung für das Spannungsmaß nach Gleichung (7) zu

$$\underline{\tau} = \left[2\beta W'^{1+2} I_{\underline{b}}(1-\beta) \right] \underline{b} - \left[2(1-\beta)W' \right] \underline{b}^2 \quad \text{mit } W' = \frac{\partial W}{\partial \tilde{I}} = \mu \left\{ \frac{1}{2} \frac{1}{1-\eta} - \frac{a}{2} \left(\frac{\tilde{I}-3}{2} \right)^{\frac{1}{2}} \right\}. \quad (17)$$

2.1.6 ARRUDA-BOYCE Material (MAT_127, user material)

Die Formänderungsenergiefunktion des auf einer mikromechanischen Beschreibung von Polymerketten basierenden Modells nach ARRUDA und BOYCE [10] ist definiert als

$$W = \mu \left[\frac{1}{2} (I_{\underline{b}} - 3) + \frac{1}{20N} (I_{\underline{b}}^2 - 9) + \frac{11}{1050N^2} (I_{\underline{b}}^3 - 27) + \frac{19}{7000N^3} (I_{\underline{b}}^4 - 81) + \frac{519}{673750N^4} (I_{\underline{b}}^5 - 243) + \dots \right], \quad (18)$$

woraus sich für die Spannungsgröße

$$\underline{\tau} = 2\mu \left[\frac{1}{2} + \frac{I_{\underline{b}}}{10N} + \frac{11I_{\underline{b}}^2}{350N^2} + \frac{19I_{\underline{b}}^3}{1750N^3} + \frac{519I_{\underline{b}}^4}{134750N^4} + \dots \right] \underline{b} \quad (19)$$

ergibt. Als MAT_127 ist dieses Potential in LS-DYNA verfügbar. Für unterlineare Spannungs-Verzerrungs-Beziehungen lässt sich der Ansatz in ein NEO-HOOKE-Material überführen, indem der freie Parameter N (Anzahl der Polymerkettenglieder) im Rahmen von Parameterermittlungen sehr große Werte annimmt.

2.2 Hyperelastizität in Hauptachsen

Neben der Berücksichtigung von Ansätzen in Form von Invarianten besteht außerdem die Möglichkeit, die Formänderungsenergie in Abhängigkeit von den drei Hauptwerten des linken CAUCHY-GREEN-Tensors zu beschreiben. Dabei werden ausgehend von den drei Invarianten über die Auswertung des charakteristischen Polynoms

$$0 = \bar{\lambda}_i^6 - J^2 I_{\underline{b}} \bar{\lambda}_i^4 + J^3 II_{\underline{b}} \bar{\lambda}_i^2 - J^{-2} III_{\underline{b}} \quad \text{mit } i = 1, 2, 3 \quad (20)$$

die isochoren Hauptwerte bestimmt. Das charakteristische Potential wird analog Gleichung (4) durch

$$\Psi = \hat{U}(J) + \hat{W}(\bar{\lambda}_1, \bar{\lambda}_2, \bar{\lambda}_3) \quad (21)$$

allgemein definiert. Die KIRCHHOFF-Spannung nach Gleichung (7) bestimmt sich zu

$$\underline{\tau} = \underline{\tau}_{vol} + \underline{\tau}_{iso} = J \frac{\partial U}{\partial J} \underline{1} + \sum_{i=1}^3 W_{,i} \bar{\lambda}_i - \frac{1}{3} \sum_{j=1}^3 (W_{,j} \bar{\lambda}_j) \bar{n}^i \otimes \bar{n}^i, \quad \text{mit } W_{,i} := \frac{\partial W(\bar{\lambda}_i)}{\partial \bar{\lambda}_i} \quad (22)$$

wobei \bar{n}^i die zugehörigen Hauptrichtungen des Eigenwertproblems nach Gleichung (20) sind.

2.2.1 EXTENDED TUBE Model (user material)

Als ein neuartiger Ansatz wird das polymerphysikalisch motivierte „EXTENDED TUBE Model“ (siehe [11] und [12]), welches ebenfalls in die Benutzerschnittstelle von LS-DYNA implementiert wurde, mit der Formänderungsenergiefunktion

$$W = \frac{G_c}{2} \left[\frac{(1-\delta^2)(I_{\underline{b}}-3)}{1-\delta^2(I_{\underline{b}}-3)} + \ln(1-\delta^2(I_{\underline{b}}-3)) \right] + \frac{2G_e}{\beta^2} \sum_{i=1}^3 (\bar{\lambda}_i^{-\beta} - 1) \quad (23)$$

eingeführt. Hierbei wird G_c mit den Steifigkeiten der Netzwerkknoten assoziiert. G_e repräsentiert die zusätzliche Steifigkeit durch topologische Beschränkungen benachbarter Molekülketten. Mittels δ wird das beschränkte Deformationsvermögen der Ketten erfasst. Die verbleibende Größe β ist ein Fitparameter. Für lange Polymerketten wird dabei $\beta \approx 1$ angesetzt.

2.2.2 DuBois' Simplified Rubber Model (MAT_181)

Dieser als MAT_181 in LS-DYNA implementierte Ansatz ermöglicht die Eingabe beliebiger Spannungs-Dehnungs-Beziehungen als Load-Curve. Mittels des HILL-Ansatzes

$$W = \sum_{j=1}^m \frac{C_j}{b_j} \left[\lambda_1^{b_j} + \lambda_2^{b_j} + \lambda_3^{b_j} - 3 + \frac{1}{n} (J^{-nb_j} - 1) \right] \quad (24)$$

werden programmintern die nach Gleichung (21) notwendigen Parameter ermittelt (siehe [13]). Gleichzeitig kann durch die Vorgabe von Materialkurven unterschiedlicher Dehnraten die Viskosität des Werkstoffes ohne aufwändige Parameteridentifikation approximiert werden.

2.2.3 OGDEN Material (MAT_77)

Für nahezu inkompressible Materialien ($J \rightarrow 1$) lässt sich das Energiefunktional nach HILL (24) in den OGDEN Ansatz [14]

$$W = \sum_{j=1}^m \frac{C_j}{b_j} \left[\lambda_1^{b_j} + \lambda_2^{b_j} + \lambda_3^{b_j} - 3 \right] + K(J - 1 - \ln J) \quad (25)$$

überführen. In LS-DYNA ist die Anzahl der verwendeten Summenterme auf $m=6$ beschränkt, was allerdings für die meisten Gummimaterialien ausreichend ist.

2.3 Schädigung von gummiartigen Materialien

Als Erweiterung im Zusammenhang mit der Modellierung hyperelastischer Werkstoffe erfolgt zusätzlich die Implementierung eines Schädigungsansatzes

$$\Psi = \Psi(\mathbf{b}, d) = (1 - d)\Psi_0(\mathbf{b}) = (1 - d)W_0(\bar{\mathbf{b}}) + U(J), \text{ mit } 0 \leq d \leq 1 \quad (26)$$

für die realistische Abbildung von Schädigungs-Phänomenen bei Elastomeren [16]. Dabei wird nach Gleichung (26) der deviatorische Energieanteil infolge einer Schädigung abgemindert, womit die Bauteilsteifigkeit sinkt. Der Schädigungsfortschritt wird über die Vorgabe einer Exponentialfunktion nach [17] in Abhängigkeit von Beanspruchungsverlauf definiert

$$d = d_\alpha^\infty \left[1 - \exp\left(-\frac{\alpha}{\eta_\alpha}\right) \right] + d_\beta^\infty \left[1 - \exp\left(-\frac{\beta}{\eta_\beta}\right) \right] \text{ mit } (d_\alpha^\infty + d_\beta^\infty \leq 1). \quad (27)$$

Die Variable α wird bei Erreichen einer neuen maximalen Spannung verändert, während sich β mit jeder Belastungsänderung erhöht. Die maximalen Steifigkeitsreduktionen werden über die Parameter d_α^∞ und d_β^∞ vorgegeben. Mittels der beiden verbleibenden Sättigungsparameter η_α und η_β kann die Schädigungsentwicklung gesteuert werden.

Als zusätzlicher Freiheitsgrad bei einer Schädigungsevolution besteht die Möglichkeit, quantitative Schädigungscharakteristiken über explizite Funktionen zu übergeben (siehe [18]). Dabei wird der Ansatz nach Gleichung (26) modifiziert

$$W = W(\mathbf{b}, f(\xi)) = f(\xi) W_0(\mathbf{b}) = f(\xi) W_0(\bar{\mathbf{b}}) + U(J). \quad (28)$$

In diesem Fall wird die Variable ξ in Abhängigkeit von der Belastungsgeschichte bestimmt, um darauf folgend eine Funktion $f(\xi)$ zu definieren, mittels welcher der Spannungs-Dehnungs-Verlauf des Experiments approximiert werden kann. Die vorgestellten Ansätze sind für jedes Potential anwendbar und können über die Benutzerschnittstelle in LS-DYNA implementiert werden.

3 Anwendung

3.1 Nichthomogener Schubversuch

Im ersten Anwendungsbeispiel, dem nichthomogenen Schubversuch nach Van den Bogert [19], wurde die experimentelle Untersuchung wie in Bild 1 dargestellt, simuliert. Dabei wurde aufgrund der Symmetrie nur der untere rechte Teil des Systems numerisch abgebildet. Die Abmessungen der Gummi-Probe betragen $10 \times 20 \times 20$ mm.

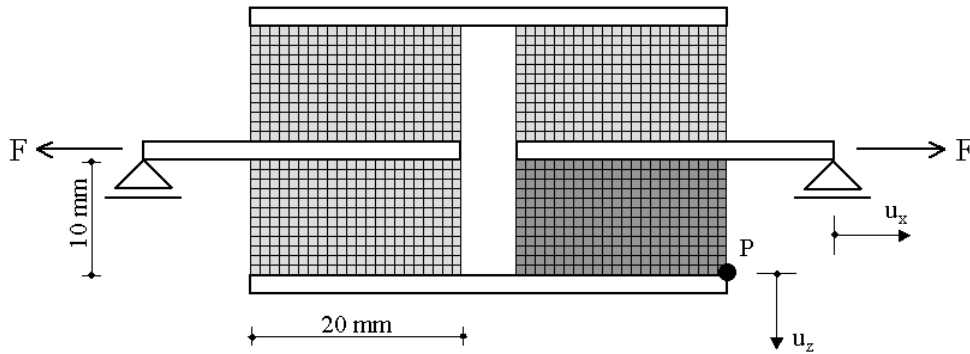


Bild 1: Nichthomogener Schubversuch nach Van den Bogert

Das Ziel der Analyse bestand darin, mittels hyperelastischer Materialgesetze eine Approximation des Experiments zu erreichen. Um geeignete Materialparameter ermitteln zu können, wurden zunächst mit dem Material des nichthomogenen Schubversuchs uniaxiale Zugtests durchgeführt. Mit Hilfe dieser analytisch beschreibbaren Beanspruchung konnten über eine Optimierungsprozedur die Materialparameter für das jeweilige Potential bestimmt werden.

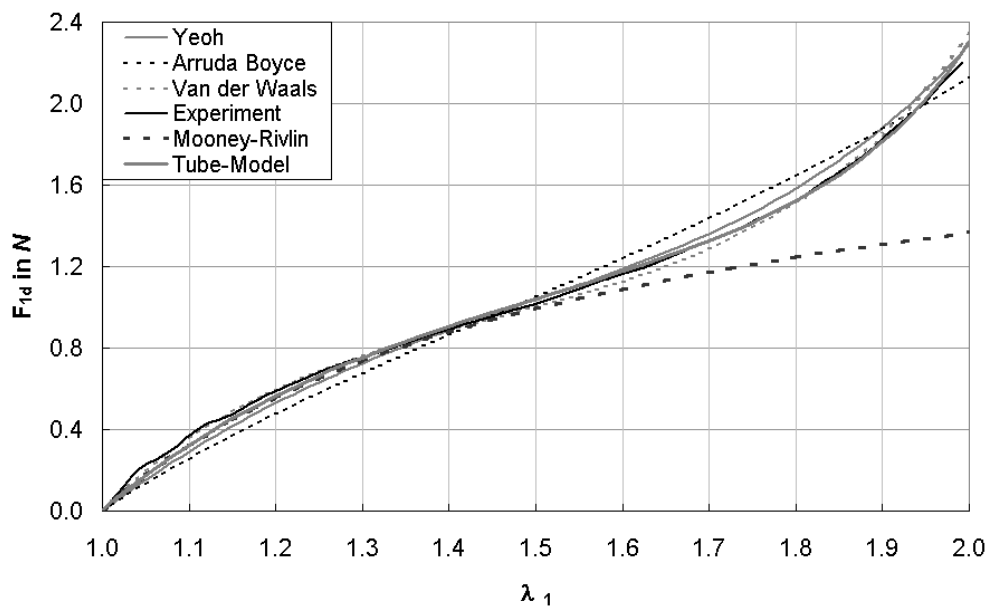


Bild 2: Uniaxialer Zugversuch

Anhand von Bild 2 kann bis zu einer Hauptstreckung von 1,5 respektive 50% Dehnung eine gute Übereinstimmung für alle aufgeführten Ansätze erkannt werden. Darüber hinaus steigt der Fehler für das MOONEY-RIVLIN-Material deutlich an. Die Auswertung der numerischen Simulation des nichthomogenen Schubversuchs erfolgte über die Abtragung der resultierenden Horizontalkraft F nach Bild 1 über die Horizontalverschiebungen u_x sowie über die vertikalen Verformungen u_z im Punkt P.

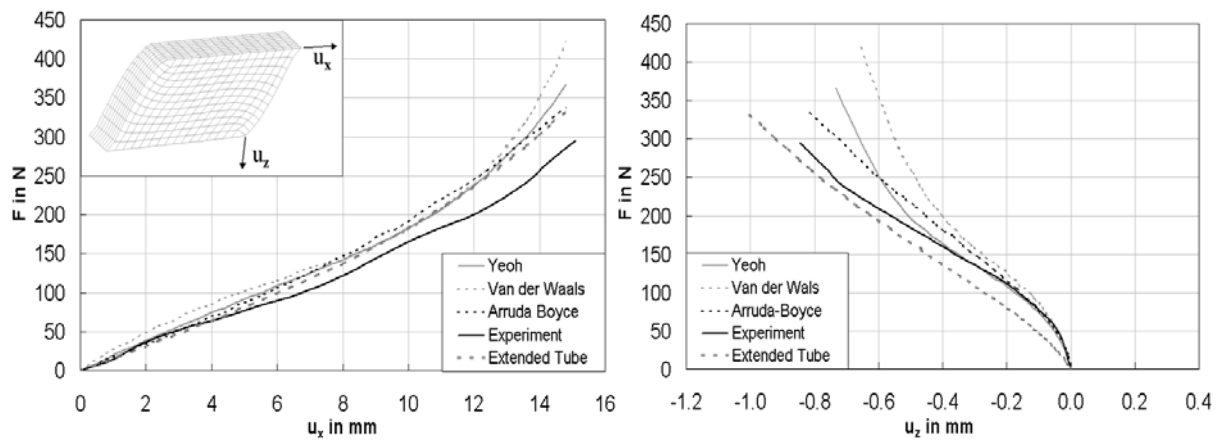


Bild 3: Nicht homogener Schubversuch, Auswertung in x-Richtung (links), in z-Richtung (rechts)

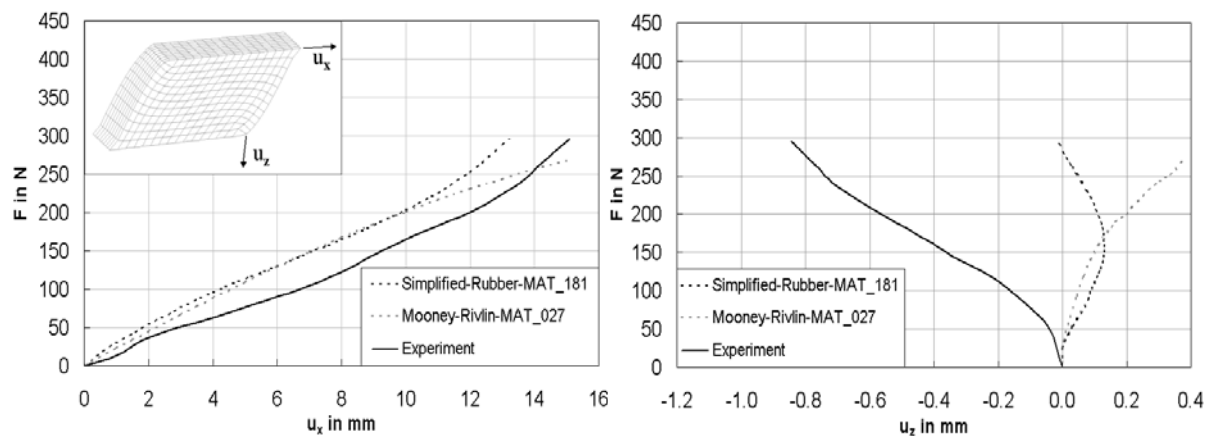


Bild 4: Nicht homogener Schubversuch, Auswertung in x-Richtung (links), in z-Richtung (rechts)

In Bild 3 links und Bild 4 links kann dabei für die untersuchten Materialansätze eine gute Annäherung an den experimentellen Verlauf für die x-Richtung belegt werden. Eine wesentlich interessantere Aussage bezüglich der Brauchbarkeit der untersuchten Potentiale gelingt durch die Auswertung der Verformung des Punkts P in z-Richtung. Dabei lässt sich nach Bild 3 rechts noch eine gute Übereinstimmung erkennen. Dagegen wird in Bild 4 rechts deutlich, dass die Ansätze nach MOONEY-RIVLIN beziehungsweise dem MAT_181 physikalisch nicht plausible positive Vertikalverformungen nach Bild 1 erzeugen. Diese Ansätze weisen im Unterschied zu denen nach Bild 3 eine Abhängigkeit von der zweiten Invarianten auf.

3.2 Hardy-Scheibe

In einem weiteren Anwendungsbeispiel wurde eine Hardy-Scheibe untersucht. Diese Gelenkscheibe befindet sich zwischen der Lenkstange und dem Lenkgetriebe eines Fahrzeugs. Eine numerische Simulation erfolgte mit dem System nach Bild 5. Dabei wird die gummiartige Scheibe unter Fixierung des linken Flansches im ersten Lastfall ausschließlich durch eine Wegsteuerung u_x belastet. Im zweiten Lastfall wird über die Auskrägung sowie der Wegsteuerung u_z eine Biegebeanspruchung der Scheibe realisiert.

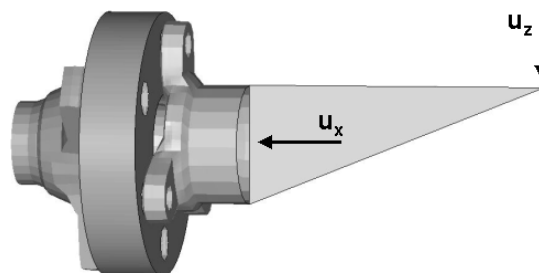


Bild 5: Hardy-Scheibe

Im Unterschied zum ersten Anwendungsbeispiel existieren für die Hardy-Scheibe keine uniaxialen Zugversuche. Somit kann eine Ermittlung der Materialparameter zunächst nur auf iterativem Wege anhand eines Belastungsfalls durchgeführt werden.

Daher wurde der experimentelle Verlauf des Druckversuchs mittels eines OGDEN Materials nachgestellt. Auf dieser Grundlage erfolgte die analytische Simulation eines uniaxialen Zugversuchs. Somit können die Materialeigenschaften ausgehend von einem komplexen System in eine vereinfachte Struktur überführt werden. Die aus dem uniaxialen analytisch beschreibbaren Zugversuch ermittelte Spannungs-Dehnungs-Kurve wird nun für eine Identifikation der Materialparameter weiterer Potentiale verwendet. Diese Kenngrößen bilden nun die Basis für die numerische Simulation der Hardy-Scheibe. Je nach hyperelastischem Ansatz werden die Simulationen unterschiedliche Approximationen an den experimentellen Verlauf des Druck- und Biegeversuches liefern. Aufgrund der unterschiedlichen Deformationen der Scheibe in Abhängigkeit von der Belastung werden hohe Anforderungen an die Materialgesetze gestellt, um beide Beanspruchungen getrennt voneinander zufriedenstellend zu approximieren. Zunächst erfolgte eine Studie für die Druckbeanspruchung des Systems.

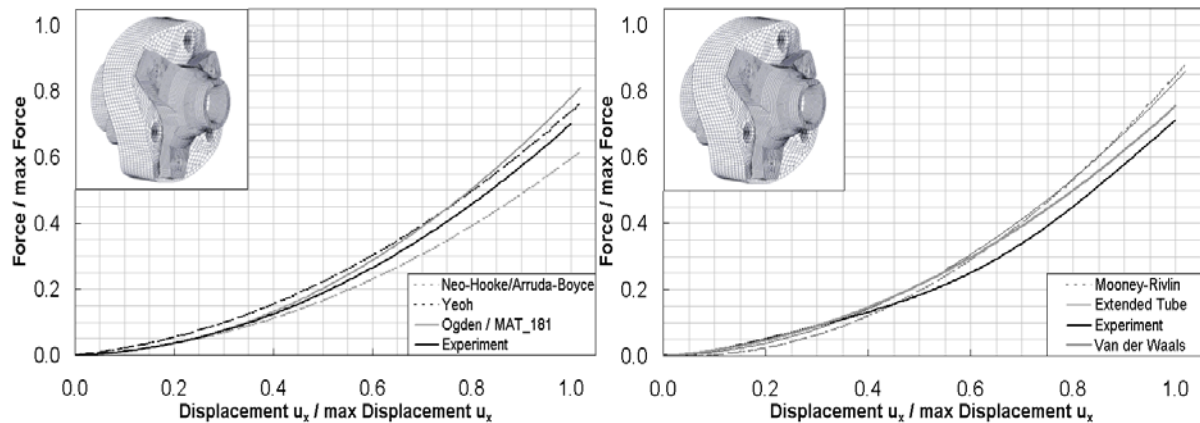


Bild 6: Hardy-Scheibe unter Druckbeanspruchung

Dabei ist nach Bild 6 zu erkennen, dass mit den verwendeten Ansätzen gute Annäherungen an das Experiment erreicht werden konnten. Eine besonders gute Anpassung konnte durch die Potentiale nach YEOH sowie VAN DER WAALS erzielt werden.

Die Untersuchung des Biegeversuchs ergab zunächst deutliche Abweichungen zwischen Experiment und Simulation unter Verwendung des Materialgesetzes nach OGDEN (Bild 7). Weitere Betrachtungen mit den Ansätzen nach MOONEY-RIVLIN sowie NEO-HOOKE ergaben ebenfalls große Diskrepanzen. Offenbar ist es mit diesen Modellen nicht möglich, die beiden unterschiedlichen Beanspruchungen gleichzeitig gut anzunähern. Diese Eigenschaft konnte bei dem nichthomogenen Schubversuch nach Bild 4 rechts ebenfalls erkannt werden: Auch dort wurde ein System unter einer mehraxialen Beanspruchung in einer definierten Richtung angepasst, wobei die Simulation in der nichtangepassten Richtung große Abweichungen ergab. Mit den Ansätzen nach YEOH, VAN DER WAALS sowie dem EXTENDED TUBE MODEL können nach Bild 7 links gute Übereinstimmungen erzielt werden.

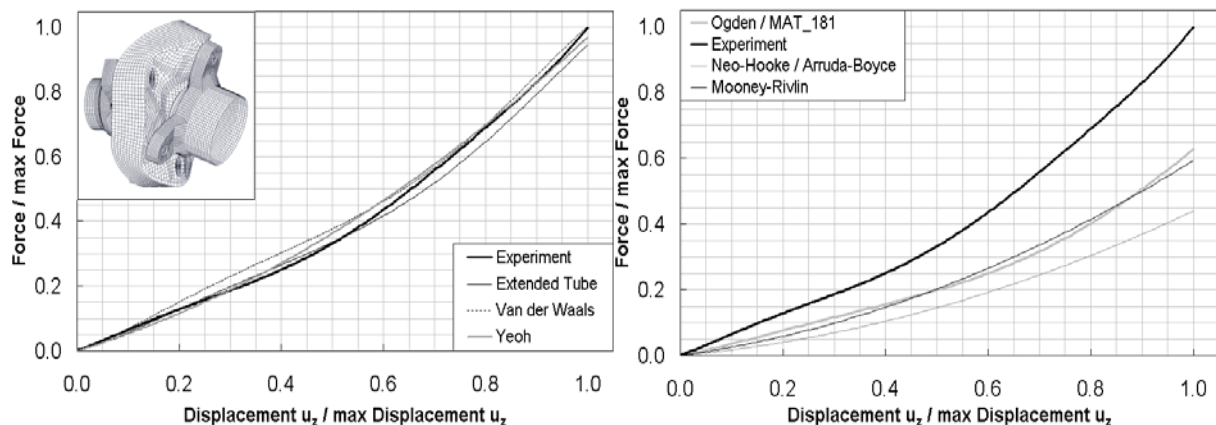


Bild 7: Hardy-Scheibe unter Biegebeanspruchung

3.3 Schädigung

Die in Kapitel 2.3 aufgeführte Theorie zur numerischen Abbildung des Schädigungsverhaltens soll anhand eines Benchmarkbeispiels vertieft werden. Dabei wird ein durch YEOH Material modellierter Stab zyklisch einaxial beansprucht. Zunächst erfolgt eine dreimalige Be- und Entlastungsphase bis zu einer Dehnung von 100 Prozent, worauf ein weiterer Zyklus mit einer Dehnung von 200 Prozent folgt. Abschließend wird der dreimalige Anfangszyklus mit 100 Prozent Dehnung wiederholt. Aufgrund der Belastungswechsel nimmt der Anteil der kontinuierlichen Schädigung zu. In diesem Fall geht eine Beanspruchung ständig mit einer geringfügigen Abnahme der Steifigkeit einher, da vereinzelt Bindungen der Elastomere zerstört werden.

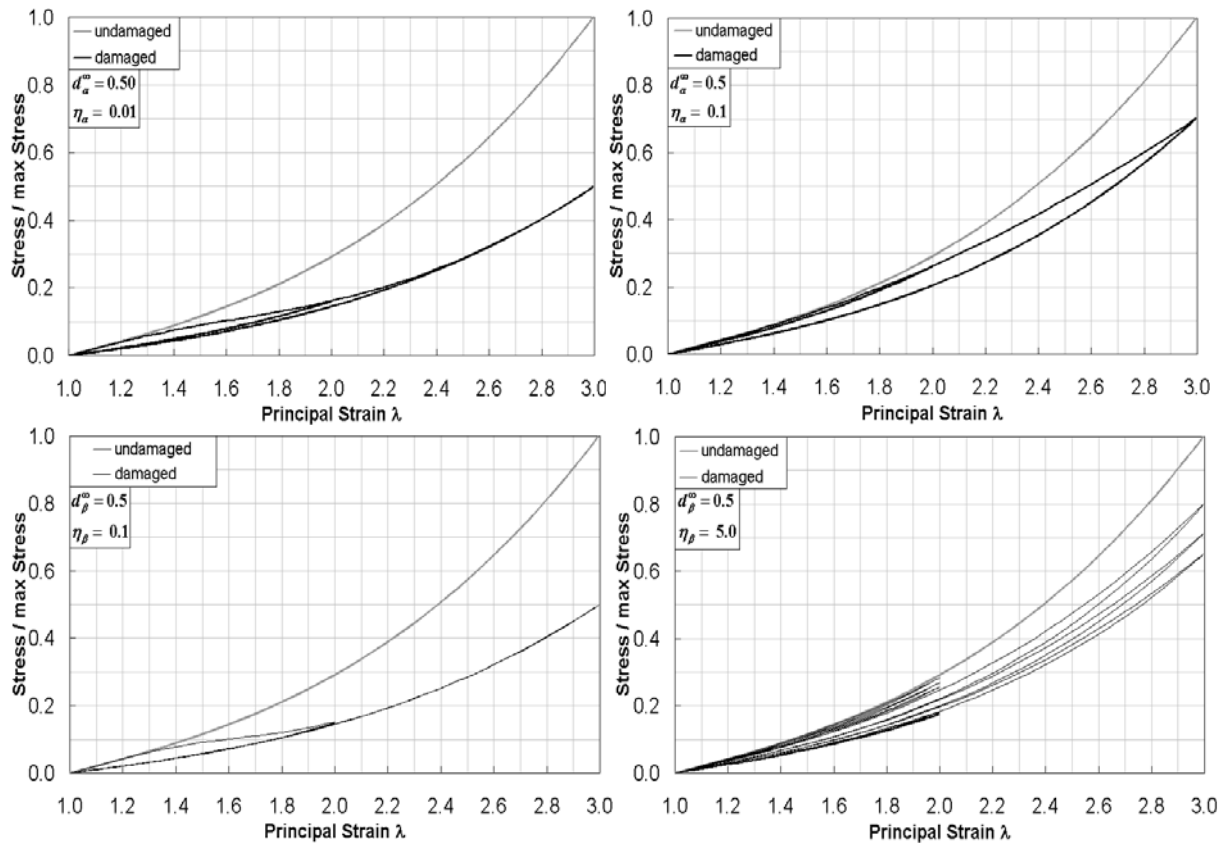


Bild 8: Diskontinuierliche Schädigung (oben), kontinuierliche Schädigung (unten)

Demgegenüber steht die diskontinuierliche Schädigung. Bei dieser wird ein Steifigkeitsverlust nur dann abgebildet, wenn die Beanspruchung einen neuen Maximalwert erfährt. Anhand Bild 8 sind verschiedene Steifigkeitsverläufe auf der Grundlage von Gleichung (27) dargestellt. Die maximale Schädigung beträgt dabei 50 %. Des Weiteren ist der Einfluss des Sättigungsparameters η auf die Entwicklung des Schädigungsprozesses zu erkennen. Auf der Grundlage einer Kopplung der in Bild 8 dargestellten Schädigungseffekte nach Gleichung (27) existieren zusätzliche Freiheitsgrade für die numerische Approximation schädigungssensitiven Materials.

Unter der Anwendung des phänomenologischen Schädigungsmodells nach Gleichung (28) besteht die Möglichkeit, den geschädigten Spannungs-Dehnungs-Verlauf eines Materials durch eine explizite Funktion $f(\xi)$ zu approximieren (Bild 9). Dabei entfaltet sich diese Funktion genau dann, wenn eine Struktur entlastet wird beziehungsweise die Verzerrungsenergie W_0 kleiner als ihr abgespeicherter Maximalwert D ist. Somit spiegelt sich die Form der expliziten Kurve im Verlauf der Spannungs-Dehnungs-Kurve wider.

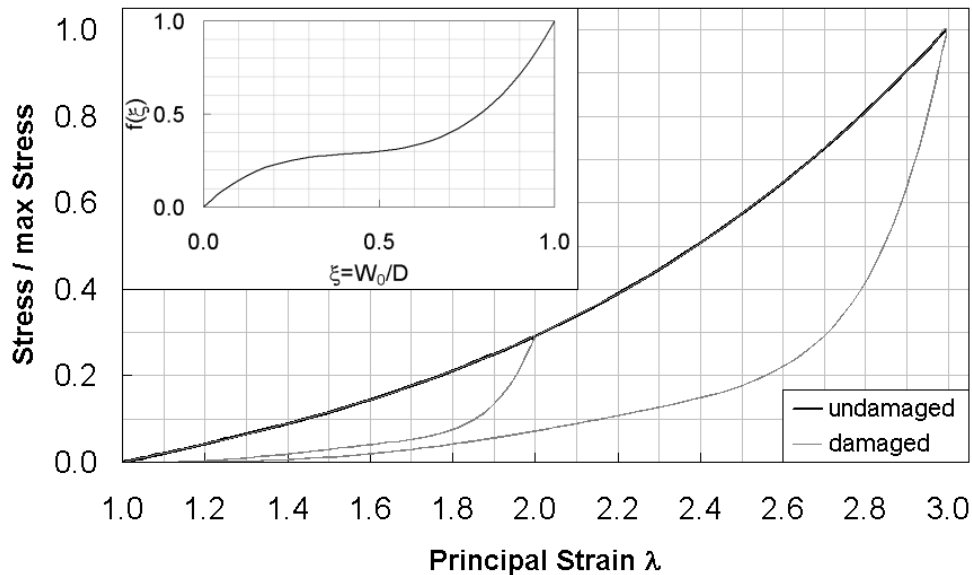


Bild 9: Schädigungsmodellierung mittels einer expliziten Schädigungsfunktion

4 Zusammenfassung und Ausblick

Für die numerische Abbildung gummiartiger Werkstoffe ist einerseits die Vorgabe eines geeigneten hyperelastischen Materialgesetzes, andererseits die Identifikation der beschreibenden Parameter notwendig. Infolge der großen Anzahl der zur Verfügung stehenden konstitutiven Ansätze wurde im Rahmen dieser Studie eine Analyse hinsichtlich der Approximationsgüte bei komplexen Strukturen und mehraxialen Beanspruchungen durchgeführt. Bei mehraxialen Systembeanspruchungen ist die Existenz von analytisch beschreibbaren Versuchsergebnissen notwendig, um geeignete Werkstoffparameter zu bestimmen. Diese Vorgehensweise wurde bei der Untersuchung des nichthomogenen Schubversuchs angewendet. Sofern zusätzliche Versuche nicht vorhanden sind, ist eine iterative Parameterermittlung an einem Belastungsfall notwendig. Im Fall der Hardy-Scheibe konnten gute Übereinstimmungen für den Druckversuch erzielt werden. Bei einer von der Parameteridentifikation abweichenden Beanspruchung wie dem Biegeversuch, konnten dagegen die experimentellen Verläufe nicht nachgebildet werden. Daher wurden die aus dem Druckversuch erhaltenen Parameter für die numerische Erzeugung eines fiktiven uniaxialen Versuchs verwendet, mithilfe dessen die Materialparameter weiterer Potentiale ermittelt werden. Diese wurden für numerische Simulationen beider Beanspruchungen verwendet. Dabei konnten gute Ergebnisse mit den Ansätzen nach YEOH, VAN DER WAALS sowie dem EXTENDED TUBE MODEL erzielt werden. Bei Gesamtfahrzeugsimulationen mit den unterschiedlichsten Beanspruchungen der Hardy-Scheibe besteht somit eine Möglichkeit, Approximationsfehler weiter zu minimieren.

In einem nächsten Schritt soll die DU BOIS Methode, wie sie im MAT_181 für das HILL bzw. OGDEN Funktional implementiert wurde auch für das YEOH und das VAN DER WAALS Material angewendet werden, um zeitaufwändige Parameteridentifikationen zu vermeiden.

Für die Abbildung der Steifigkeitsreduktion bei Elastomeren wurde ein einfacher Schädigungsansatz vorgestellt. Dabei wurden vorrangig die zusätzlichen Freiheitsgrade beschrieben, um anhand vorhandener Experimente die numerischen Untersuchungen anzupassen. Die dargestellte Schädigungsformulierung ist für beliebige hyperelastische Verzerrungsenergiefunktionen anwendbar.

5 Literatur

- [1] LS-DYNA, Livermore Software Technology Corporation
- [2] Du Bois, P.A. (2004): Crashworthiness Engineering Course Notes, Livermore Software Technology Corporation
- [3] Du Bois, P.A.; Kolling, S.; Fassnacht, W. (2002): Material modeling with LS-DYNA for crashworthiness analysis. LS-DYNA Forum, Bad Mergentheim, Germany, V2:1-56
- [4] Kaliske, M. (1995): Zur Theorie und Numerik von Polymerstrukturen unter statischen und dynamischen Einwirkungen, Mitteilungen des Instituts für Statik der Universität Hannover
- [5] Kaliske, M; Rothert, H. (1997): On the Finite Element Implementation of Rubberlike Materials at Finite Strains. Engineering Computations 14, 217-233

- [6] Blatz, P.J.; Ko, W.L. (1962): Application of Finite Elastic Theory to the Deformation of Rubbery Materials. *Transaction of the Society of Rheologie* 6, 223-251
- [7] Mooney, M. (1940): A Theorie of Elastic Deformations. *Journal of Applied Physics* 11, 582-592
- [8] Rivlin, R.S. (1948): Large Elastic Deformations of Isotropic Materials. *Fundamental Concepts, Philosophical Transactions of the Royal Society of London, Series A* 240, 459-490
- [9] Yeoh, O.H. (1990): Characterisation of Elastic Properties of Carbon-Black-Filled Rubber Vulcanisates. *Rubber Chemistry and Technology* 63, 792-805
- [10] Arruda, E.M.; Boyce, M.C. (1993): A three-dimensional constitutive model for the large stretch behavior of rubber elastic materials. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 41, 389-412.
- [11] Heinrich, G.; Kaliske, M. (1997): Theoretical and Numerical Formulation of a Molecular Based Constitutive Tube-Model of Rubber Elasticity. *Computational and Theoretical Polymer Science* 7, 227-241
- [12] Kaliske, M.; Heinrich, G. (1999): An Extended Tube-Model for Rubber Elasticity. *Rubber Chemistry and Technology* 72, 602-632
- [13] Du Bois, P.A. (2003): A simplified approach for the simulation of rubber-like materials under dynamic loading. 4th European LS-DYNA Users Conference, pp. D-I-31/46
- [14] Ogden, R.W. (1982): Elastic Deformations of Rubberlike Solids. *Mechanics of Solids*. In: Hopkins, H.G, Sewell, M.J. (eds.); *The Rodney Hill 60th Anniversary Volume*, Pergamon Press, Oxford
- [15] Valanis, K.C.; Landel, R.F. (1967): The Strain-Energy Function of a Hyperelastic Material in Terms of the Extension Ratios. *Journal of Applied Physics* 38, 2997-3002
- [16] Mullins, L. (1969): Softening of Rubber by Deformation. *Rubber Chemistry and Technology* 42, 339-362
- [17] Miehe, C. (1995): Discontinuous and Continuous Damage Evolution in Ogden-Type Large Strain Elastic Materials. *European Journal of Mechanics, A/Solids* 14, 697-720
- [18] De Souza, E.A.; Perić, D.; Owen, R.J. (1998): Continuum Modelling and Numerical Simulation of Material Damage at Finite Strains. *Archive of Computational Methods in Engineering* 5, 311-384
- [19] Van den Bogert, P.A.J.; De Borst, R. (1994): On the Behavior of Rubberlike Materials on Compression and Shear. *Archive of Applied Mechanics* 64, 136-146
- [20] Ambacher, H.; Enderle, H.F.; Kilian, H.G.; Sauter, A. (1989): Relaxation in permanent networks. *Progress in Colloid and Polymer Science* 80, 209-220
- [21] Kilian, H.G. (1981): Equation of state of real networks. *Polymer* 22, 209-217